UFG
UNIVERSIDADE FEDERAL DE GOIÁS

Instituto de Química
IQ - UFG

ENGENHARIA QUÍMICA
Universidade Federal de Goiás

Introdução à Radiação Térmica

Conceitos Fundamentais

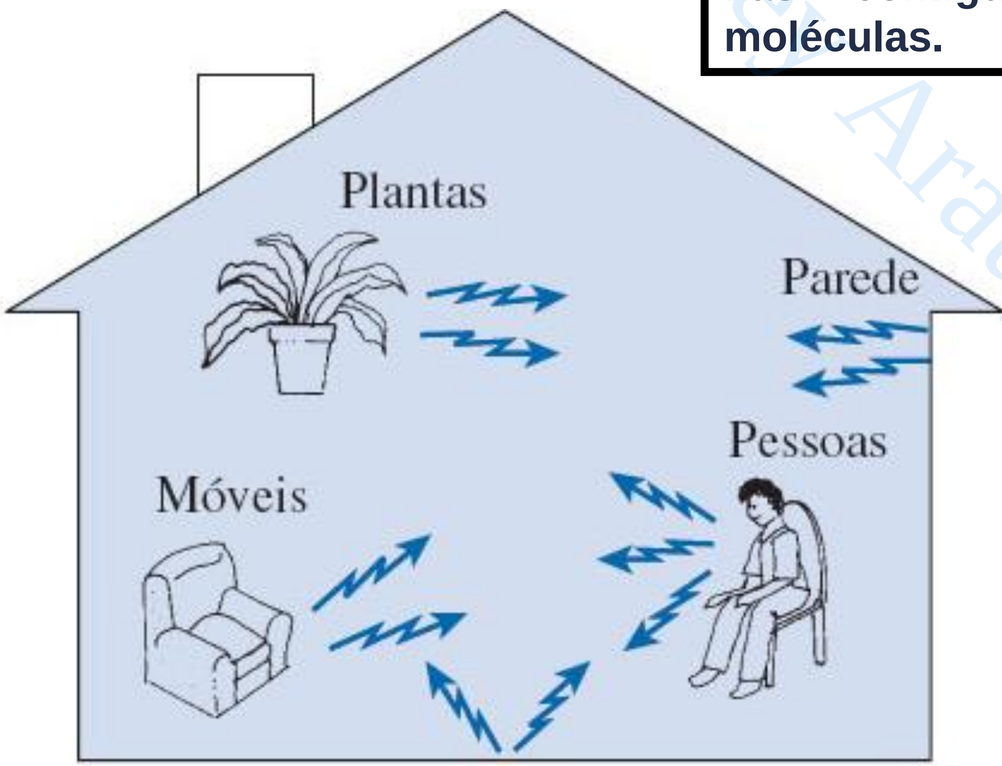
Professor Dyrney Araújo dos Santos
Universidade Federal de Goiás
Curso: Graduação em Engenharia Química
Disciplina: Fenômenos de Transporte 2
site: www.dyrney.com

12 . Radiação Térmica

12.1 Conceito de Radiação Térmica

A radiação térmica é a energia emitida pela matéria que se encontra a uma temperatura diferente do zero absoluto (-273°C).

A emissão da radiação pode ser atribuída a mudanças nas configurações eletrônicas de átomos ou moléculas.



A radiação é transportada por ondas eletromagnéticas e, diferentemente da transferência de energia por condução e convecção, a radiação não necessita de um meio material.

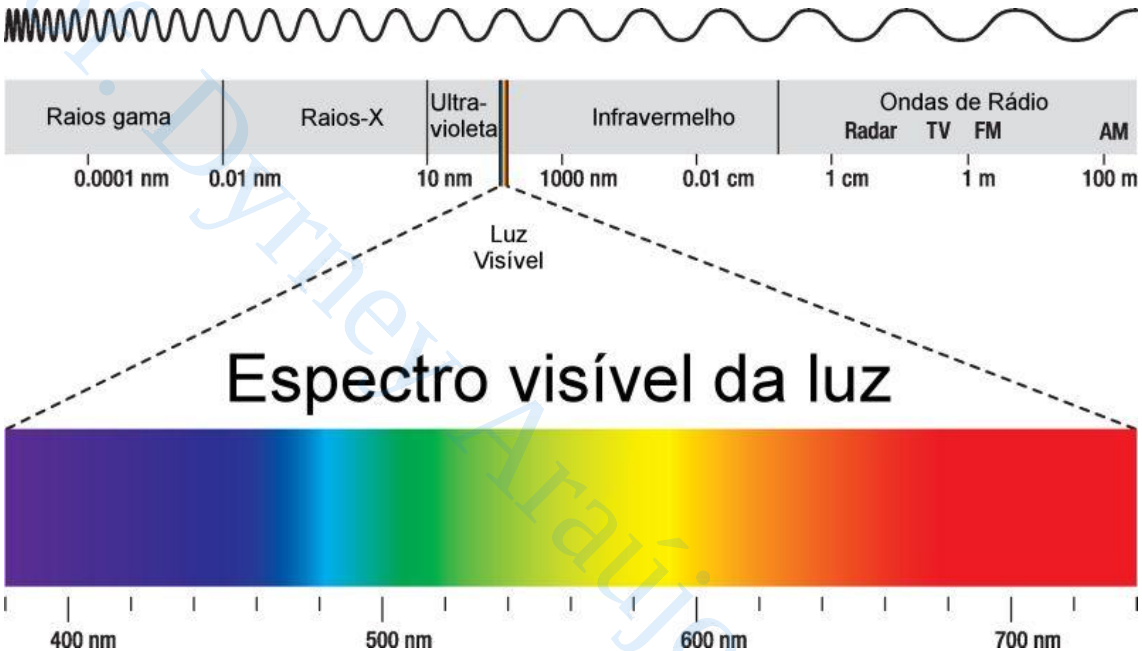
A radiação térmica é apenas um dos tipos da radiação eletromagnética. Apresenta comprimento de onda entre 0,1 e 100 μm.

Fonte: Incropera e Dewitt (2008)

Professor Dyrney Araújo dos Santos
Universidade Federal de Goiás
Engenharia Química
site: www.dyrney.com

12 . Radiação Térmica

12.2 Espectro de Radiação Eletromagnética



- **Infravermelho:** **agitação térmica das moléculas. Ex: pessoas, etc.**
- **Ultravioleta:** **deslocamento de elétrons de camadas mais externas do átomo. Ex: luz solar (UVA, UVB, UVC).**
- **Raios gama:** **deslocamento de núcleos no núcleo atômico. Ex: elementos radioativos**
- **Raios-X:** **deslocamento de elétrons de camadas internas de um átomo. Ex: forno de microondas.**
- **Ondas de rádio:** **gerada em condutores elétricos que transportam corrente alternadas.**

12 . Radiação Térmica

12.3 Considerações Iniciais sobre a Radiação

Em engenharia, deseja-se atribuir à radiação padrões de ondas eletromagnéticas conhecidas, geralmente relacionando à frequência (ν) e ao comprimento de onda (λ) num determinado meio:

$$\lambda = \frac{c}{\nu}$$

Sendo c a velocidade da luz no meio. No vácuo vale $2{,}998 \times 10^{8}$ m/s

OBS.: visto que c é constante, tem-se, $\uparrow \lambda \longrightarrow \downarrow \nu$, e vice-versa.

No S.I. $\begin{cases} [\nu] = s^{-1} \\ [\lambda] = m \end{cases}$

Lembrando: 1μm = 10^{-6} m e 1A = 10^{-10} m

A energia de um fóton é dada por:

$$E = h\nu$$

Sendo h a Constante de Planck que vale $6{,}625 \times 10^{-34}$ J.s

Comparando as equações anteriores, tem-se:

$$E = \frac{hc}{\lambda}$$

OBS.: de uma forma geral $\downarrow \lambda \longrightarrow \uparrow \nu \longrightarrow \uparrow E$

Professor Dyrney Araújo dos Santos
Universidade Federal de Goiás
Engenharia Química
site: www.dyrney.com

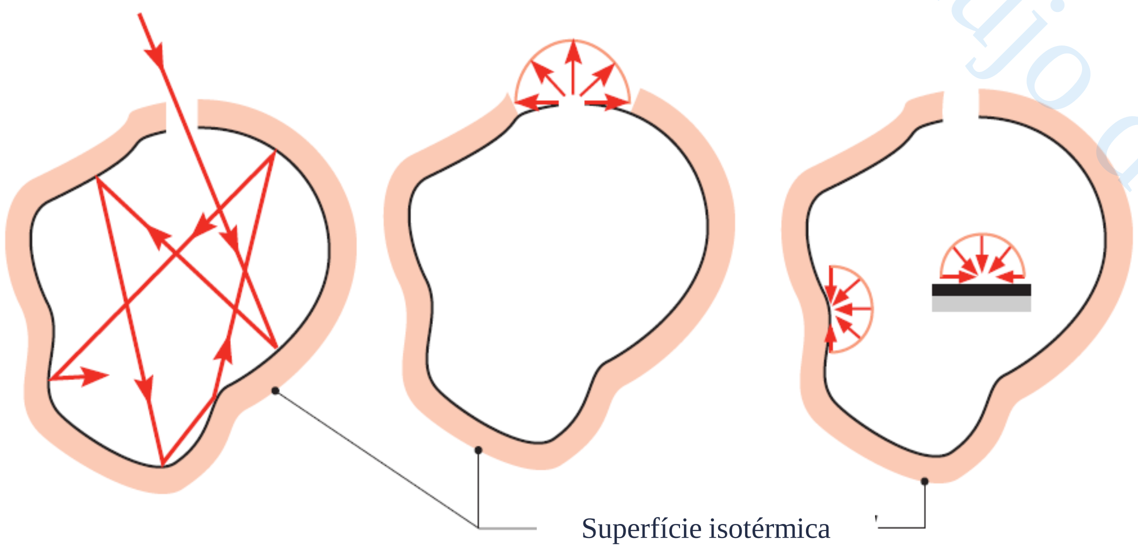
12 . Radiação Térmica

12.3 Considerações Iniciais sobre a Radiação

Corpo Negro ou ideal: é uma superfície ideal que tem as seguintes propriedades,

a) absorve toda a radiação incidente, independentemente do comprimento de onda e da direção (**não há reflexão**);

b) numa dada temperatura e comprimento de onda, nenhuma superfície pode emitir mais energia que um corpo negro. Serve de padrão para a medida da "eficiência" das superfícies reais.



Melhor aproximação de um corpo negro: cavidade cuja superfície está a uma temperatura constante. Como energia é absorvida a cada reflexão em seu interior, ela pode ser considerada "totalmente" absorvida.

Fonte: Incropera e Dewitt (2008)

Professor Dyrney Araújo dos Santos
Universidade Federal de Goiás
Engenharia Química
site: www.dyrney.com

12 . Radiação Térmica

12.4 A Distribuição de Planck

A energia emitida por um corpo negro para um dado comprimento de onda é dada pela Lei de Distribuição Espectral de Plank

$$E_{n\lambda} = \frac{2\pi hc^2 \lambda^{-5}}{\left[exp\left(\frac{hc}{\kappa\lambda T} \right) - 1 \right]}$$

sendo κ a constante de Boltzman igual a $1{,}38066x10^{-23}$ J/K

Em que os agrupamento de constantes são geralmente denominados:

➡ $c_1 = 2\pi hc^2 = 2\pi\left(6{,}625x10^{-34}\right)\left(3x10^8\right)^2 = 3{,}746x10^{-16}\,W.m^2$

➡ $c_2 = hc/\kappa = \left(6{,}625x10^{-34}\right)\left(3x10^8\right)/\left(1{,}38066x10^{-23}\right) = 1{,}4395x10^{-2}\,m.K$

Logo, tem-se:

$$\boxed{E_{n\lambda} = \frac{c_1 \lambda^{-5}}{\left[exp\left(\frac{c_2}{\lambda T} \right) - 1 \right]}}$$

Professor Dyrney Araújo dos Santos
Universidade Federal de Goiás
Engenharia Química
site: www.dyrney.com

12 . Radiação Térmica

12.4 A Distribuição de Planck

OBS.: **Se a equação anterior for integrada para todos os comprimentos de onda, pode-se calcular o** ***Poder Emissivo Total de um corpo negro (E_n)***

$$E_n = \int_0^\infty E_{n\lambda} d\lambda \quad \longrightarrow \quad E_n = \int_0^\infty \frac{c_1 \lambda^{-5}}{\left[exp\left(\dfrac{c_2}{\lambda T}\right) - 1\right]} d\lambda$$

Considerando: $x = \dfrac{c_2}{\lambda T}$ **, então** $\lambda = \dfrac{c_2}{xT}$ **e** $d\lambda = \dfrac{-c_2}{Tx^2} dx$

Logo, substituindo tem-se:

$$E_n = \int_0^\infty \frac{-c_1 \left(\dfrac{c_2}{xT}\right)^{-5} \dfrac{c_2}{Tx^2} dx}{\left[exp(x) - 1\right]}$$

12 . Radiação Térmica

12.4 A Distribuição de Planck

rearranjando, tem-se:

$$E_n = \int_0^\infty \frac{c_1}{c_2^5}\frac{x^5T^5c_2}{Tx^2}\frac{dx}{\left[\exp(x)-1\right]} \rightarrow E_n = \frac{c_1}{c_2^4}T^4\int_0^\infty \frac{x^3dx}{\left[\exp(x)-1\right]}$$

O resultado da integral acima, é dado por:

$$\int_0^\infty \frac{x^3dx}{\left[\exp(x)-1\right]} = \frac{\pi^4}{15} \rightarrow \boxed{E_n = \left(\frac{c_1\pi^4}{15c_2^4}\right)T^4}$$

As constantes acima são agrupadas em uma constante denominada de Constante de Stefan-Boltzmann:

$$\sigma = \left(c_1\pi^4/15c_2^4\right) = \left(3{,}746x10^{-16}\right)\pi^4/15\left(1{,}4395x10^{-2}\right)^4 = 5{,}669x10^{-8}\,W/\left(m^2.K^4\right)$$

Finalmente, o fluxo de energia emitido por um corpo negro é dado pela Lei de Stefan-Boltzman

$$\boxed{E_n = \sigma T^4}$$

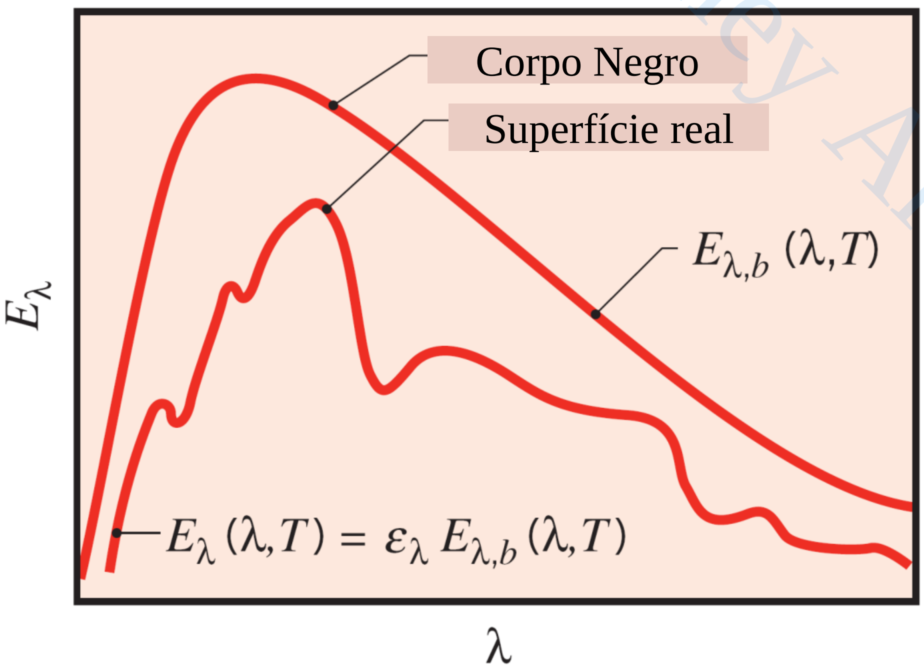
Professor Dyrney Araújo dos Santos
Universidade Federal de Goiás
Engenharia Química
site: www.dyrney.com

12 . Radiação Térmica

12.5 Emissão de Superfícies Reais

Comentário:

- **nenhuma superfície pode emitir mais radiação do que um corpo negro (padrão) à mesma temperatura**



Fonte: Incropera e Dewitt (2008)

Emissividade Total (ε): razão entre o poder emissivo total de uma superfície real (E) e o de um corpo negro (E_n) à mesma temperatura.

$$\varepsilon = \frac{E}{E_n}$$

Logo,

$$E = \varepsilon E_n$$

$$\boxed{E = \varepsilon \sigma T^4} \quad \textbf{com} \quad 0 < \varepsilon < 1$$

OBS.: A emissividade depende da temperatura e da natureza e tipo do material da superfície.

12 . Radiação Térmica

12.5 Emissão de Superfícies Reais

Emissividade Total para alguns materiais à temperatura de 300 K

Alumínio	ε
Polido	0,03
Anodizado	0,84
Tijolo, vermelho	0,93
Concreto	0,88
Água	0,96

Emissividade Total em função da Temperatura para alguns materiais

Alumínio Polido	ε (100K) = 0,02	ε (600K) = 0,06
Ouro Polido	ε (100K) = 0,01	ε (600K) = 0,04
Cobre Oxidado	ε (160K) = 0,5	ε (1000K) = 0,8

Fonte: Incropera e Dewitt (2008)

Professor Dyrney Araújo dos Santos
Universidade Federal de Goiás
Engenharia Química
site: www.dyrney.com

12 . Radiação Térmica

12.5 Emissão de Superfícies Reais

Emissividade Monocromática (ε_λ): é a emissividade específica para um dado comprimento de onda, visto que a uma mesma temperatura, uma superfície pode emitir diferentes fluxos de radiação.

$$\boxed{\varepsilon_\lambda = \frac{E_\lambda}{E_{n\lambda}}}$$

Já foi demonstrado anteriormente que: $E_n = \int_0^\infty E_{n\lambda}\, d\lambda = \sigma T^4$

Logo, a relação entre ε_λ e ε, pode ser dada por:

$$\varepsilon = \frac{E}{E_n} = \frac{\int_0^\infty \varepsilon_\lambda E_{n\lambda}\, d\lambda}{\int_0^\infty E_{n\lambda}\, d\lambda} \longrightarrow \boxed{\varepsilon = \frac{1}{\sigma T^4}\int_0^\infty \varepsilon_\lambda E_{n\lambda}\, d\lambda}$$

Caso Especial: Se ε_λ = constante $\longrightarrow$ $\boxed{\varepsilon = \varepsilon_\lambda}$

Corpo Cinza: emissividade independe do comprimento de onda.

12 . Radiação Térmica

12.6 Lei do Deslocamento de Wien

Numa dada temperatura, é possível determinar pela Distribuição de Planck qual é o comprimento de onda em que a energia emitida por um corpo negro é máxima.

A distribuição de Planck é dada por

$$E_{n\lambda} = \frac{c_1 \lambda^{-5}}{\left[exp\left(\frac{c_2}{\lambda T} \right) - 1 \right]}$$

Considerando novamente $x = \frac{c_2}{\lambda T}$ **, logo,** $\lambda = \frac{c_2}{xT}$ **. Substituindo na equação acima e derivando, tem-se:**

$$\frac{dE_{n\lambda}}{dx} = \frac{c_1 T^5}{c_2^5} \left[\frac{5x^4}{exp(x) - 1} - \frac{x^5 \, exp(x)}{\left(exp(x) - 1 \right)^2} \right]$$

12 . Radiação Térmica

12.6 Lei do Deslocamento de Wien

Igualando a derivada a zero, pode-se encontrar o valor de x_{max} que resulta na máxima emissão de um corpo negro.

Logo,

$$\frac{dE_{n\lambda}}{dx} = 0 \Rightarrow \frac{5x_{max}^4}{exp(x_{max}) - 1} = \frac{x_{max}^5 \, exp(x_{max})}{\left(exp(x_{max}) - 1\right)^2}$$

Rearranjando, tem-se:

$$5\left[exp(x_{max}) - 1\right] = x_{max} \, exp(x_{max})$$

Esta equação não possui solução analítica. Porém numericamente, a solução é:

$$\boxed{x_{max} = 4,965} \Rightarrow \lambda_{max} T = \frac{c_2}{x_{max}} = \frac{1,4395x10^{-2}}{4,965}$$

Logo,

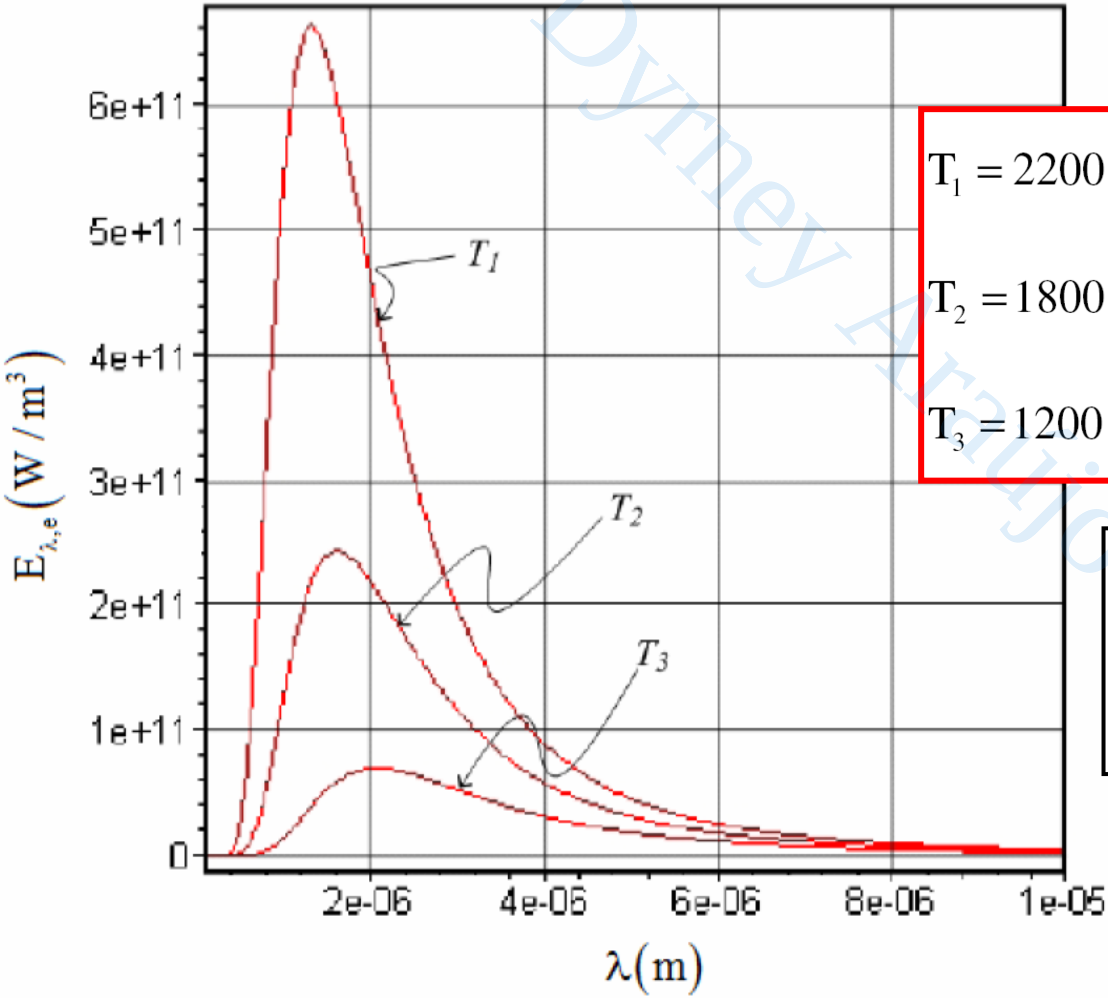
$$\boxed{\lambda_{max} T \cong 2899 \, \mu m.K}$$

Lei de Deslocamento Wien: comprimento de onda que produz a emissão máxima de um corpo negro.

12 . Radiação Térmica

12.6 Lei do Deslocamento de Wien

Distribuição de Planck para um corpo negro em distintas temperaturas



$$T_1 = 2200\ K \rightarrow \lambda_{m,1} \cong \frac{2,899.10^{-3}}{2200} \rightarrow \lambda_{m,1} \cong 1,3\ \mu m$$

$$T_2 = 1800\ K \rightarrow \lambda_{m,2} \cong \frac{2,899.10^{-3}}{1800} \rightarrow \lambda_{m,2} \cong 1,6\ \mu m$$

$$T_3 = 1200\ K \rightarrow \lambda_{m,3} \cong \frac{2,899.10^{-3}}{1200} \rightarrow \lambda_{m,3} \cong 2,1\ \mu m$$

OBS.: O aumento de temperatura faz com que o comprimento de onda diminua no ponto de máxima emissão.

12 . Radiação Térmica

12.6 Lei do Deslocamento de Wien

Comentários Importantes:

- quanto maior a temperatura, mais brilhante parecerá o corpo;
- com o aumento da temperatura, o corpo começa a emitir radiação na faixa do visível, primeiramente na cor vermelha (maior comprimento de onda no visível), podendo chegar até a cor violeta (menor comprimento de onda no visível);
- o sol comporta-se como um corpo negro (ideal) com emissão máxima no comprimento de onda de 0,5 μm.

Ex: Pela Lei de Deslocamento de Wien pode-se calcular a temperatura da superfície do sol e o fluxo de energia que deixa a superfície (Lei de Stefan-Boltzmann):

$$\lambda_{max} T \cong 2899\,\mu m.K \longrightarrow T \cong \frac{2899\,\mu m.K}{0{,}5\,\mu m} \longrightarrow \boxed{T \cong 5798K}$$

$$E_n = \sigma T^4 \longrightarrow E_n = 5{,}670x10^{-8}\left(5798\right)^4 \longrightarrow \boxed{E_n = 6{,}4x10^7 W / m^2}$$

12 . Radiação Térmica

12.7 Emissão de uma Banda

Uma grandeza muito importante é a fração de energia irradiada por um corpo negro em um dado comprimento de onda

$$F_{(\lambda)} \equiv \frac{E_{n\lambda}}{E_n}$$

Integrando até o intervalo de comprimento de onda desejado, tem-se

$$F_{(0\rightarrow\lambda)} = \frac{\int_0^{\lambda} E_{n\lambda} d\lambda}{\int_0^{\infty} E_{n\lambda} d\lambda} \quad \Rightarrow \quad \boxed{F_{(0\rightarrow\lambda)} = \frac{\int_0^{\lambda} E_{n\lambda} d\lambda}{\sigma T^4}}$$

Esta integral é normalmente tabela como uma função de λ e T, como a seguir

$$F_{(0\rightarrow\lambda)} = f\left(\lambda T\right)$$

Professor Dyrney Araújo dos Santos
Universidade Federal de Goiás
Engenharia Química
site: www.dyrney.com

12 . Radiação Térmica

Funções de Radiação de um Corpo Negro

λT (μm.K)	$F_{(0\to\lambda)}$	λT (μm.K)	$F_{(0\to\lambda)}$	λT (μm.K)	$F_{(0\to\lambda)}$	λT (μm.K)	$F_{(0\to\lambda)}$
200	0,000000	3200	0,318102	6200	0,754140	11000	0,931890
400	0,000000	3400	0,361735	6400	0,769234	11500	0,939959
600	0,000000	3600	0,403607	6600	0,783199	12000	0,945098
800	0,000016	3800	0,443382	6800	0,796129	13000	0,955139
1000	0,000321	4000	0,480877	7000	0,808109	14000	0,962898
1200	0,002134	4200	0,516014	7200	0,819217	15000	0,969981
1400	0,007790	4400	0,548796	7400	0,829527	16000	0,973814
1600	0,019718	4600	0,579280	7600	0,839102	18000	0,980860
1800	0,038341	4800	0,607559	7800	0,848005	20000	0,985602
2000	0,066728	5000	0,633747	8000	0,856288	25000	0,992215
2200	0,100888	5200	0,658970	8500	0,874608	30000	0,995340
2400	0,140256	5400	0,680360	9000	0,890029	40000	0,997967
2600	0,183120	5600	0,701046	9500	0,903085	50000	0,998953
2800	0,227897	5800	0,720158	10000	0,914199	75000	0,999713
3000	0,273232	6000	0,737818	10500	0,923710	100000	0,999905

Fonte: Incropera e Dewitt (2008)

12 . Radiação Térmica

12.7 Emissão de uma Banda

OBS.: **A fração de energia radiante emitida pelo corpo negro entre os comprimentos de onda λ_1 e λ_2 é dado por**

$$F_{(\lambda_1 \to \lambda_2)} = \frac{E_{n\lambda_1\lambda_2}}{E_n} = \frac{\int_0^{\lambda_2} E_{n\lambda} d\lambda - \int_0^{\lambda_1} E_{n\lambda} d\lambda}{\sigma T^4}$$

Pela definição da fração de energia emitida pelo corpo negro tem-se:

$$\boxed{F_{(\lambda_1 \to \lambda_2)} = F_{(0 \to \lambda_2)} - F_{(0 \to \lambda_1)}}$$

Desta forma, o fluxo de energia radiante emitida pelo corpo negro no intervalo de comprimento de ondas $\lambda 1$ e $\lambda 2$, pode ser dado por

$$\boxed{E_{n\lambda_1\lambda_2} = E_n \left[F_{(0 \to \lambda_2)} - F_{(0 \to \lambda_1)} \right]}$$

Professor Dyrney Araújo dos Santos
Universidade Federal de Goiás
Engenharia Química
site: www.dyrney.com

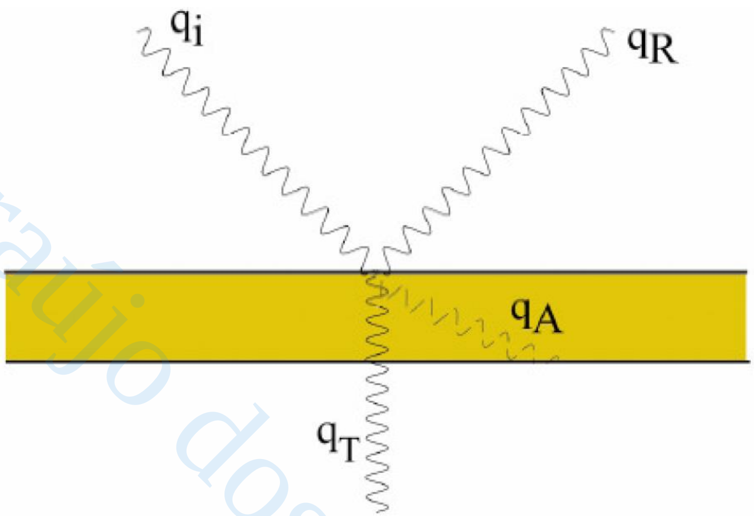
12 . Radiação Térmica

12.8 Absorção, Reflexão e Transmissão em Superfícies

Um fluxo de Irradiação – radiação incidente (q_i) – ao incidir sobre determinada superfície pode ser refletida (q_R), absorvida (q_A) e transmitida (q_T).

Do balanço de energia, tem-se:

$$q_I = q_R + q_A + q_T$$



Dividindo tudo por q_I:

$$\frac{q_R}{q_I} + \frac{q_A}{q_I} + \frac{q_T}{q_I} = 1$$

Logo, $\boxed{\rho + \alpha + \tau = 1}$

em que:

"ρ" é a Refletividade

"α" é a Absortividade

"τ" é a Transitividade

OBS.: Para corpos opacos ($\tau = 0$)

$$\rho + \alpha = 1$$

OBS.: ρ, α e τ dependem do comprimento de onda

Professor Dyrney Araújo dos Santos
Universidade Federal de Goiás
Engenharia Química
site: www.dyrney.com

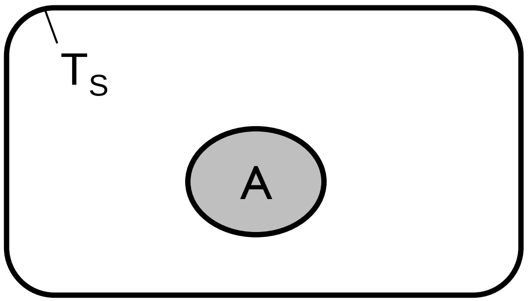
12 . Radiação Térmica

12.9 A Lei de Kirchhoff

Considere uma envoltória que se comporta como corpo negro numa Temperatura "T_s" e que dentro dela tenha um corpo de área "A"

Equilíbrio térmico: energia emitida pelo corpo é igual a energia por ele absorvida

- **taxa de energia emitida:** $E.A$
- **taxa de energia absorvida:** $q_I.A.\alpha$



Logo, $$EA = q_I A\alpha \qquad (1)$$

Se o corpo for substituído por um corpo negro, $\alpha = 1$, tem-se:

$$E_n A = q_I A \qquad (2)$$

Dividindo (1) por (2), tem-se:

$$\frac{E}{E_n} = \frac{q_I A\alpha}{q_I A} = \alpha$$

Logo, pela definição de emissividade (ε), tem-se:

$$\boxed{\varepsilon = \alpha}$$

Lei de Kirchhoff: A uma dada temperatura, a emissividade e a absortividade de qualquer superfície são iguais no equilíbrio térmico.

12 . Radiação Térmica

Exercício Proposto 18: Uma placa quadrada de vidro com 30 cm de lado é usada para observar o interior de uma fornalha. A transmissividade do vidro é 0,5 de 0,2 a 3,5 µm. A transmissividade do vidro é zero a menos de no intervalo de 0,2 a 3,5 µm. A absortividade do material é de 0,3 abaixo de 3,5 µm e 0,9 acima deste valor. Considerando que a fornalha é um corpo negro a 2000°C, calcule as energias <u>absorvida</u> e <u>transmitida</u> pelo vidro.

Fonte: Incropera e Dewitt (2008)

Instituto de Química
IQ - UFG

ENGENHARIA QUÍMICA
Universidade Federal de Goiás

Introdução à Radiação Térmica

Transferência de Calor entre Superfícies Negras

Professor Dyrney Araújo dos Santos
Universidade Federal de Goiás
Curso: Graduação em Engenharia Química
Disciplina: Fenômenos de Transporte 2
site: www.dyrney.com

Professor Dyrney Araújo dos Santos
Universidade Federal de Goiás
Engenharia Química
site: www.dyrney.com

12 . Radiação Térmica

12.10 Troca de Radiação entre Corpos Negros

Considerações: Sejam duas superfícies negras trocando energia por radiação. Entretanto, nem toda a energia que deixa uma superfície atinge a outra e vice-versa.

Logo, o fator de forma é definido como:

F_{12} – fração da energia que deixa a superfície 1 e atinge a superfície 2.

F_{21} – fração da energia que deixa a superfície 2 e atinge a superfície 1.

Desta forma, a taxa de radiação que deixa a superfície 1 e atinge a superfície 2 é:

$$Q_{1\to 2} = E_{n1} A_1 F_{12}$$

De forma similar, a taxa de radiação que deixa a superfície 2 e atinge a superfície 1 é:

$$Q_{2\to 1} = E_{n2} A_2 F_{21}$$

Professor Dyrney Araújo dos Santos
Universidade Federal de Goiás
Engenharia Química
site: www.dyrney.com

12 . Radiação Térmica

12.10 Troca de Radiação entre Corpos Negros

OBS.: Dependendo da localização dos corpos no espaço e das respectivas geometrias, nem sempre é trivial o cálculo dos Fatores de Forma.

OBS.: Genericamente, os Fatores de Forma podem ser calculados pelas seguintes expressões:

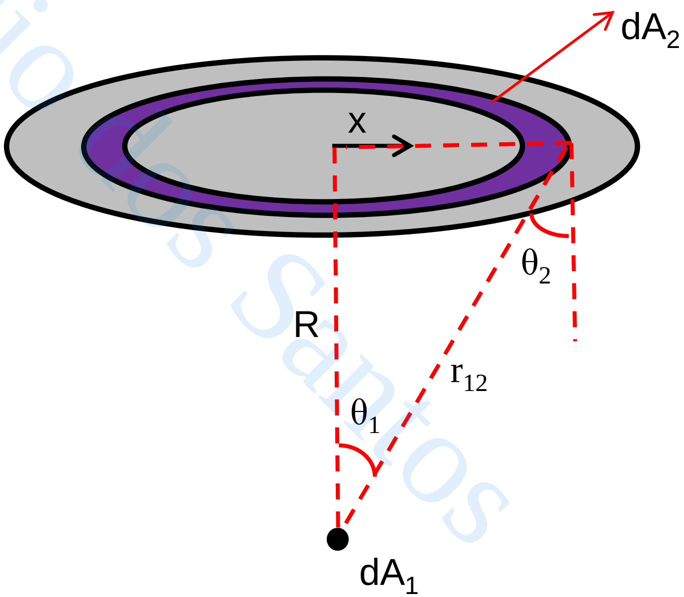
$$F_{12} = \frac{1}{\pi A_1} \iint \frac{\cos\theta_1 \cos\theta_2}{r_{12}^2} dA_1 dA_2$$

$$F_{21} = \frac{1}{\pi A_2} \iint \frac{\cos\theta_1 \cos\theta_2}{r_{12}^2} dA_1 dA_2$$

sendo

- r_{12}: distância entre os elementos de área dA_1 e dA_2
- θ_1: ângulo entre a normal da área dA_1 e a reta r_{12}
- θ_2: ângulo entre a normal da área dA_2 e a reta r_{12}

Exemplo: fator de forma para um sistema em que uma fonte térmica puntiforme de área dA_1 troca energia radiante com um disco de diâmetro D posicionado perpendicularmente a uma distância R. (Ver resolução no livro Incropera e *Dewitt, 2008*)



12 . Radiação Térmica

12.10 Troca de Radiação entre Corpos Negros

Pelas expressões acima nota-se que $A_1F_{12} = A_2F_{21}$ (conhecida como *Relação de Reciprocidade*).

Logo a taxa de calor líquida trocada entre corpos negros é dada por:

$$\left.\begin{aligned} Q_{1\to 2} &= E_{n1}A_1F_{12} \\ Q_{2\to 1} &= E_{n2}A_2F_{21} \end{aligned}\right\} \quad \boxed{Q_{1,2} = A_1F_{12}\sigma\left(T_1^4 - T_2^4\right) = A_2F_{21}\sigma\left(T_1^4 - T_2^4\right)}$$

visto que: $E_n = \sigma T^4$ **(Lei de Stefan-Boltzman)**

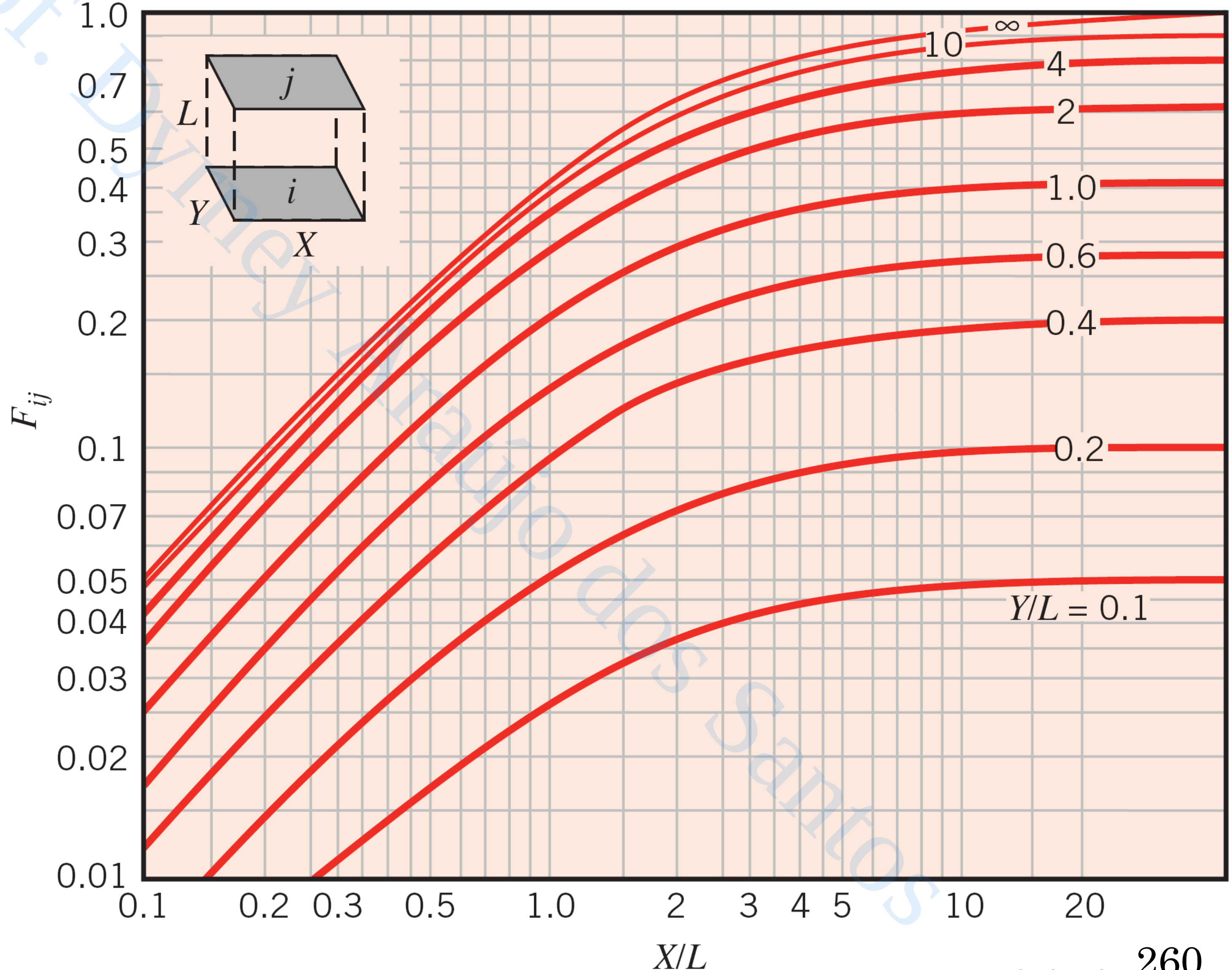
OBS.: Dependendo da geometria dos corpos, os fatores F_{12} ou F_{21} podem estar tabelados ou correlacionados com as dimensões do sistema por meio de equações matemáticas, como mostrado a seguir.

Professor Dyrney Araújo dos Santos
Universidade Federal de Goiás
Engenharia Química
site: www.dyrney.com

12 . Radiação Térmica

12.10 Troca de Radiação entre Corpos Negros

Fatores de Forma de radiação para dois retângulos paralelos

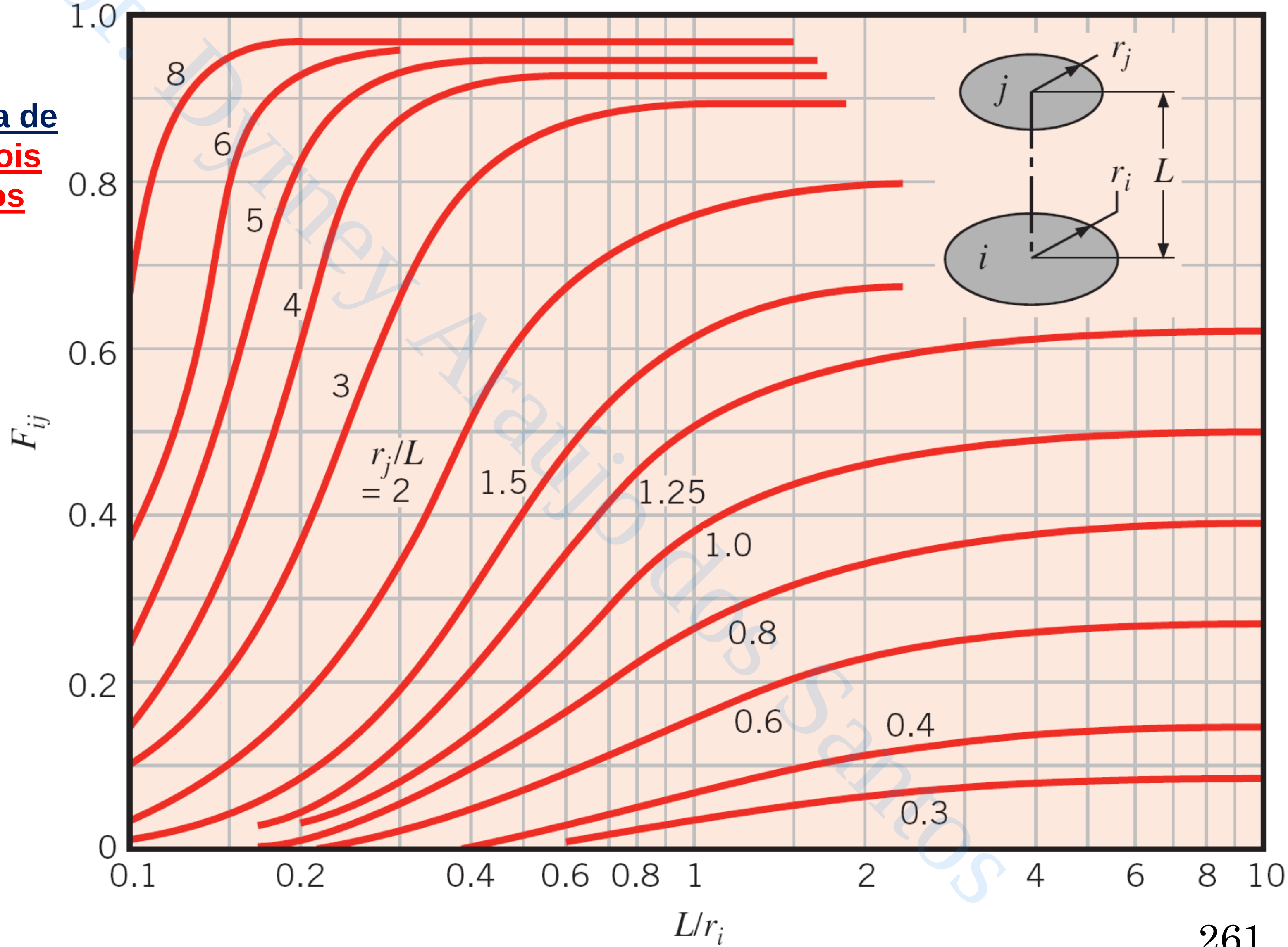


Fonte: Incropera e Dewitt (2008)

12 . Radiação Térmica

12.10 Troca de Radiação entre Corpos Negros

Fatores de Forma de radiação para dois discos paralelos

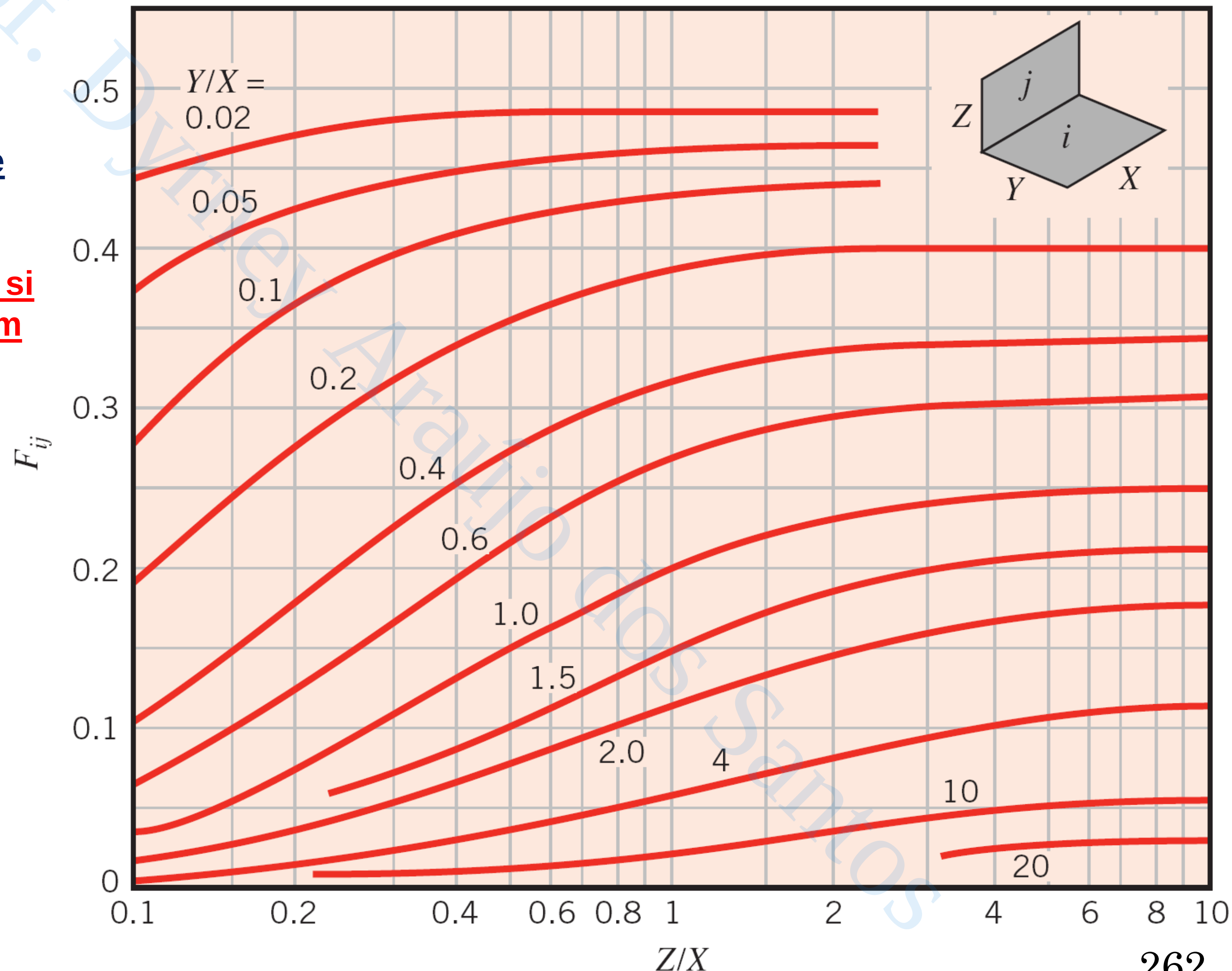


Fonte: Incropera e Dewitt (2008)

12 . Radiação Térmica

12.10 Troca de Radiação entre Corpos Negros

Fatores de Forma de radiação para retângulos perpendiculares entre si com aresta em comum

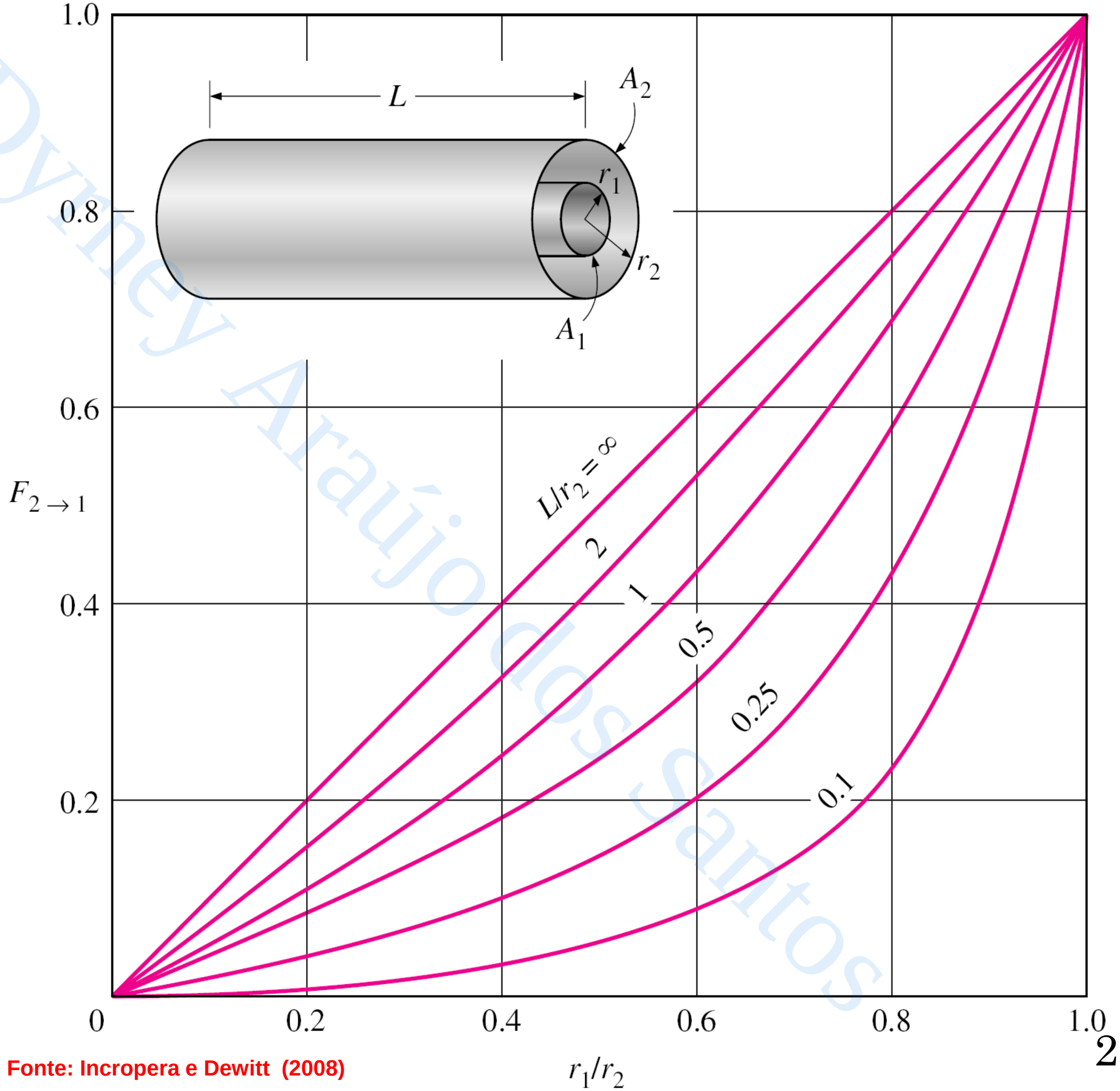


Fonte: Incropera e Dewitt (2008)

12 . Radiação Térmica

12.10 Troca de Radiação entre Corpos Negros

Fatores de Forma de radiação para dois cilindros concêntricos.
“Cilindro externo para cilindro interno”



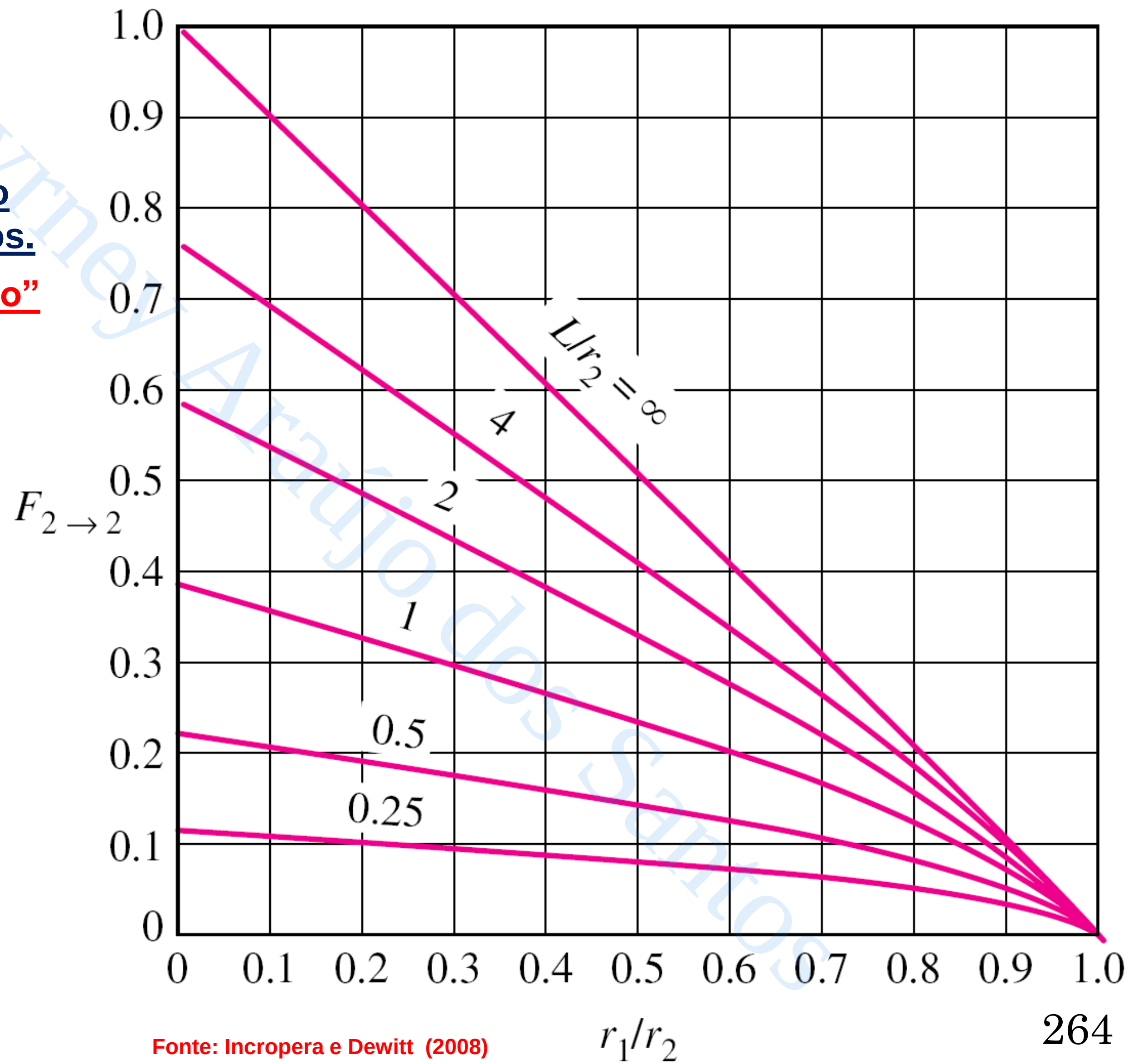
Fonte: Incropera e Dewitt (2008)

12 . Radiação Térmica

12.10 Troca de Radiação entre Corpos Negros

Fatores de Forma de radiação para dois cilindros concêntricos.

"Cilindro externo para si mesmo"



Fonte: Incropera e Dewitt (2008)

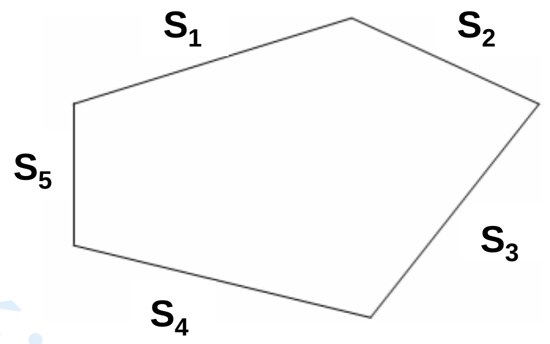
12 . Radiação Térmica

12.10 Troca de Radiação entre Corpos Negros

Relações entre os Fatores de Forma

Considere a superfície a seguir:

- **Além da Relação de Reciprocidade entre duas superfícies, pode-se, também, aplicar a Regra do Somatório**



$$\sum_{j=1}^{N} F_{ij} = 1$$

Logo, para esta superfície, tem-se:

$$\cancel{F_{11}} + F_{12} + F_{13} + F_{14} + F_{15} = 1$$

OBS.: F_{11} é nulo, pois a energia que dele se radia não pode ser por ele mesmo interceptada (plano)

Desta forma, para superfícies planas ou convexas emissoras, tem-se:

$$\boxed{F_{ii} = 0}$$

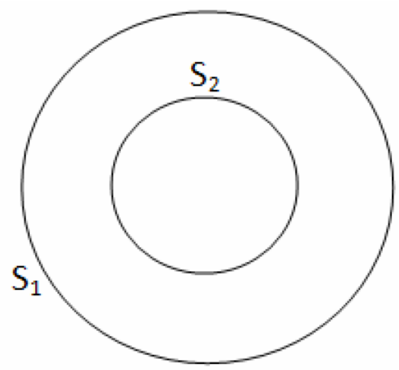
Professor Dyrney Araújo dos Santos
Universidade Federal de Goiás
Engenharia Química
site: www.dyrney.com

12 . Radiação Térmica

12.10 Troca de Radiação entre Corpos Negros

Relações entre os Fatores de Forma

Caso 1: Considere uma superfície esférica de área S_2 no interior de outra de área S_1. Supondo que se tenha as áreas A_1 e A_2, encontre os respectivos fatores de forma.



Em relação à superfície "S_1": $F_{11} + F_{12} = 1$

Em relação à superfície "S_2": $F_{21} + F_{22} = 1$

Sabe-se ainda que pela Reciprocidade: $A_1 F_{12} = A_2 F_{21}$

Visto que $F_{22} = 0$ (superfície convexa) → $F_{21} + 0 = 1$ → $F_{21} = 1$

Tudo que sai de S_2 chega em S_1

Logo, os fatores de forma são:

$$F_{12} = \left(\frac{A_2}{A_1}\right) F_{21} \rightarrow \boxed{F_{12} = \frac{A_2}{A_1}}$$

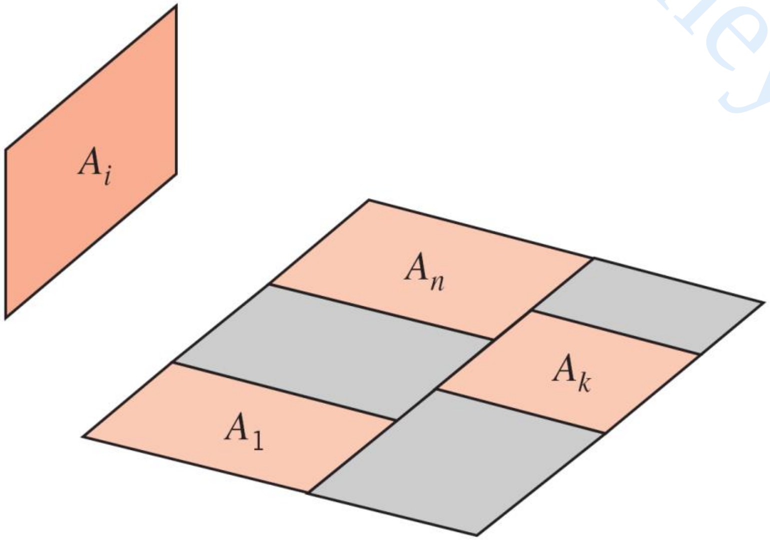
$$F_{11} = 1 - F_{12} \rightarrow \boxed{F_{11} = 1 - \frac{A_2}{A_1}}$$

12 . Radiação Térmica

12.10 Troca de Radiação entre Corpos Negros

Relações entre os Fatores de Forma

Caso 2: Radiação a partir de uma superfície "i" para uma superfície "j", que por sua vez, é dividida em "n" componentes de área (1, 2, 3..., k,..., n)



A fração de radiação que é emitida por "i" e interceptada por "j", pode ser descrita como:

$$\boxed{F_{i(j)} = \sum_{k=1}^{n} F_{ik}}$$

Consideração 1: o parêntese em um subscrito indica que ela é uma superfície composta, em cujo (j) é equivalente a 1, 2,..., k,...n

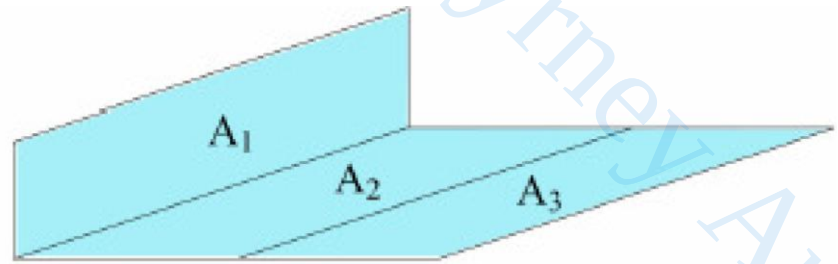
Consideração 2: Essa expressão simplesmente enuncia que a radiação que atinge uma superfície composta é a soma da radiação que atinge a suas partes.

12 . Radiação Térmica

12.10 Troca de Radiação entre Corpos Negros

Relações entre os Fatores de Forma

Aplicação: Determine o fator de forma F_{13} da superfície abaixo



Da relação anterior, tem-se:

$$F_{1,2-3} = F_{11} + F_{12} + F_{13}$$

OBS.: Visto que $F_{1,2-3}$ e F_{12} podem ser obtidos graficamente (possuem uma aresta em comum) e que $F_{11} = 0$ (superfície plana), F_{13} pode ser determinado como:

$$\boxed{F_{13} = F_{1,2-3} - F_{12}}$$

Caso 3: No caso da superfície emissora ser composta de diversas partes, pode-se multiplicar a relação anterior por A_j e aplicar a relação de reciprocidade a cada um dos termos, obtendo-se uma nova relação:

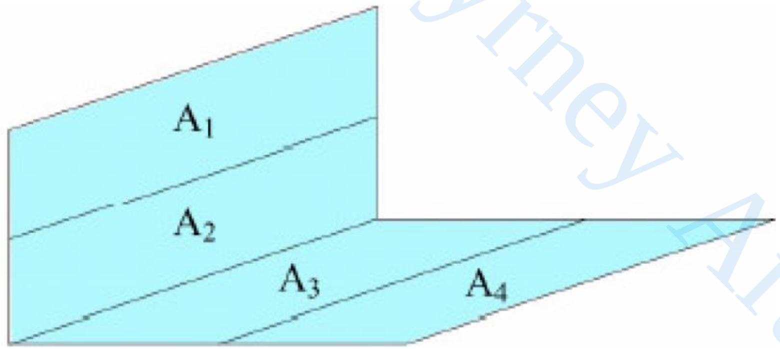
$$\boxed{A_j F_{(j)i} = \sum_{k=1}^{n} A_k F_{ki}}$$

12 . Radiação Térmica

12.10 Troca de Radiação entre Corpos Negros

Relações entre os Fatores de Forma

Aplicação: Determine o fator de forma F_{14} da superfície abaixo



Da relação anterior, tem-se:

$$A_{1,2}F_{1-2,3-4} = A_1F_{1,3-4} + A_2F_{2,3-4}$$

Analisando o primeiro termo do lado direito da equação acima, tem-se:

$$F_{1,3-4} = F_{1,3} + F_{1,4}$$

Substituindo na equação anterior, tem-se:

$$A_{1,2}F_{1-2,3-4} = A_1F_{1,3} + A_1F_{1,4} + A_2F_{2,3-4}$$

12 . Radiação Térmica

12.10 Troca de Radiação entre Corpos Negros

Relações entre os Fatores de Forma

Isolando $F_{1,4}$, tem-se:

$$F_{1,4} = \frac{1}{A_1}\left[A_{1,2}F_{1-2,3-4} - A_1F_{1,3} - A_2F_{2,3-4}\right]$$

OBS.: Os fatores $F_{1-2,3-4}$ e $F_{2,3-4}$ podem ser obtidos graficamente (possuem aresta em comum). Para encontrar $F_{1,3}$, pode-se fazer:

$$A_{1,2}F_{1-2,3} = A_1F_{1,3} + A_2F_{2,3} \longrightarrow A_1F_{1,3} = A_{1,2}F_{1-2,3} - A_2F_{2,3}$$

Substituindo na equação anterior, tem-se:

$$\boxed{F_{1,4} = \frac{1}{A_1}\left[A_{1,2}F_{1-2,3-4} - A_{1,2}F_{1-2,3} + A_2F_{2,3} - A_2F_{2,3-4}\right]}$$

OBS.: Logo $F_{1-2,3-4}$, $F_{1,2-3}$, $F_{2,3}$ e $F_{2,3-4}$ podem ser obtidos graficamente

12 . Radiação Térmica

Exercício Proposto 19: **Duas placas negras paralelas de 0,5 m x 1 m estão separadas por uma distância de 0,5 m. Uma placa é mantida a 1000°C e a outra a 500°C. Qual a transferência de calor líquida entre as placas?**

Fonte: Incropera e Dewitt (2008)

ENGENHARIA QUÍMICA
Universidade Federal de Goiás

Introdução à Radiação Térmica

Transferência de Calor entre Superfícies Reais

Professor Dyrney Araújo dos Santos
Universidade Federal de Goiás
Curso: Graduação em Engenharia Química
Disciplina: Fenômenos de Transporte 2
site: www.dyrney.com

12 . Radiação Térmica

12.11 Troca de Radiação entre Corpos não Negros

Considerações Iniciais:

a) A radiação pode deixar uma superfície real pelos fenômenos de emissão e reflexão e ao alcançar uma segunda superfície pode ser refletida ou absorvida;

b) As superfícies aproximadas como corpos negros não refletem radiação;

c) Toda a energia emitida por um corpo é absorvida por uma superfície negra;

d) Tais aproximações de corpos negros (ideais) são raramente satisfeitas na realidade;

e) Se a troca de calor por radiação ocorre entre superfícies não-negras, deve-se considerar as reflexões ocorridas nas superfícies.

Professor Dyrney Araújo dos Santos
Universidade Federal de Goiás
Engenharia Química
site: www.dyrney.com

12 . Radiação Térmica

12.11 Troca de Radiação entre Corpos não Negros

Para o estudo de superfícies reais, considere as seguintes suposições:

- **Superfícies opacas (transmissividade nula, ou seja, $\tau = 0$);**
- **Temperatura uniforme em cada superfície;**
- **Propriedades constantes ao longo de cada superfície (ρ, ε, etc.)**

A taxa líquida na qual a radiação deixa uma superfície "i" é a diferença entre a radiosidade e a irradiação (OBS.: taxa na qual energia teria que ser transferida para ou retirada da superfície por outros meios para mantê-la a uma temperatura constante)

$$Q_i = A_i\left(J_i - G_i\right)$$

sendo:

J a radiosidade (fluxo total de energia que deixa o corpo - Emissão e Reflexão)

G a irradiação (fluxo total de energia que incide sobre o corpo)

Professor Dyrney Araújo dos Santos
Universidade Federal de Goiás
Engenharia Química
site: www.dyrney.com

12 . Radiação Térmica

12.11 Troca de Radiação entre Corpos não Negros

Por sua vez, a Radiosidade (J) pode ser considerada como a soma entre a energia emitida pela superfície (E) e a parcela irradiada (G) que é refletida:

$$J_i = E_i + \rho_i G_i$$

Sendo ρ a refletividade da superfície

Visto que o corpo foi considerado como sendo opaco (τ = 0), tem-se que :

$$\rho_i + \tau_i + \alpha_i = 1 \longrightarrow \rho_i = 1 - \alpha_i$$

substituindo na equação anterior, tem-se :

$$J_i = E_i + \left(1 - \alpha_i\right) G_i$$

Pela Lei de Kirchoff, tem-se que ε = α (temperatura constante), logo:

$$J_i = E_i + \left(1 - \varepsilon_i\right) G_i$$

12 . Radiação Térmica

12.11 Troca de Radiação entre Corpos não Negros

A energia emitida por um corpo não negro (E) pode ser imaginada como aquela emitida por um corpo negro (E_n), desde que feitas as devidas correções

$$J_i = \varepsilon_i E_{n,i} + \left(1 - \varepsilon_i\right) G_i$$

resolvendo para G, tem-se:

$$G_i = \frac{J_i - \varepsilon_i E_{n,i}}{\left(1 - \varepsilon_i\right)}$$

substituindo esta expressão na equação original, tem-se:

$$Q_i = A_i \left(J_i - G_i\right) \longrightarrow Q_i = A_i \left(J_i - \frac{J_i - \varepsilon_i E_{n,i}}{\left(1 - \varepsilon_i\right)}\right)$$

Professor Dyrney Araújo dos Santos
Universidade Federal de Goiás
Engenharia Química
site: www.dyrney.com

12 . Radiação Térmica

12.11 Troca de Radiação entre Corpos não Negros

Rearranjando, tem-se:

$$Q_i = A_i\left(\frac{J_i - \varepsilon_i J_i - J_i + \varepsilon_i E_{n,i}}{(1-\varepsilon_i)}\right) \longrightarrow Q_i = A_i\left(\frac{-\varepsilon_i J_i + \varepsilon_i E_{n,i}}{(1-\varepsilon_i)}\right)$$

Finalmente, a taxa líquida na qual a radiação deixa uma superfície real é dada por:

$$\boxed{Q_i = \frac{E_{n,i} - J_i}{\dfrac{(1-\varepsilon_i)}{\varepsilon_i A_i}}}$$

Se positiva: taxa na qual energia teria que ser transferida para a superfície por outros meios para mantê-la a uma temperatura específica constante

Se negativa: taxa na qual energia teria que ser retirada da superfície por outros meios para mantê-la a uma temperatura específica constante.

Sendo $(1-\varepsilon_i)/\varepsilon_i A_i$ **a resistência de superfície (superfície não ideal)**

Por outro lado, a energia que abandona uma superfície "1" e atinge uma superfície "2" pode, também, ser representada como:

$$Q_{1\to 2} = A_1 F_{12} J_1$$

12 . Radiação Térmica

12.11 Troca de Radiação entre Corpos não Negros

De forma similar, a energia que abandona uma superfície "2" e atinge uma superfície "1", pode ser representada como:

$$Q_{2\rightarrow 1} = A_2 F_{21} J_2$$

Logo, a taxa líquida de radiação trocada entre as superfícies será:

$$Q_{1,2} = A_1 F_{12} J_1 - A_2 F_{21} J_2$$

Pela relação de reciprocidade ($A_1F_{12} = A_2F_{21}$):

$$Q_{1,2} = A_1 F_{12} \left(J_1 - J_2 \right)$$

ou seja, a taxa líquida trocada entre duas superfícies reais é dada por:

$$\boxed{Q_{1,2} = \frac{\left(J_1 - J_2 \right)}{\dfrac{1}{A_1 F_{12}}}}$$

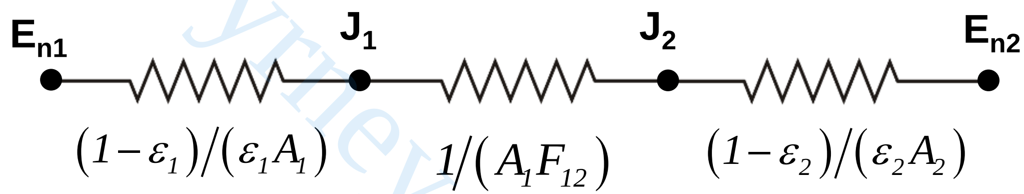
Sendo $1/\left(A_1 F_{12} \right)$ a resistência de forma (nem tudo que sai de "1" atinge "2")

Professor Dyrney Araújo dos Santos
Universidade Federal de Goiás
Engenharia Química
site: www.dyrney.com

12 . Radiação Térmica

12.11 Troca de Radiação entre Corpos não Negros

Logo, a troca líquida de calor envolvendo apenas 2 superfícies reais envolve três resistências, conforme o circuito térmico abaixo:



Neste caso, em estado estacionário, ambos os tipos de taxas (envolvendo a resistência de superfície e a resistência de forma) devem ser necessariamente iguais

$$Q_1 = Q_{1,2} = -Q_2 = \frac{E_{n,1} - J_1}{\dfrac{(1-\varepsilon_1)}{\varepsilon_1 A_1}} = \frac{(J_1 - J_2)}{\dfrac{1}{A_1 F_{12}}} = \frac{J_2 - E_{n,2}}{\dfrac{(1-\varepsilon_2)}{\varepsilon_2 A_2}} = \frac{E_{n,1} - E_{n,2}}{\dfrac{(1-\varepsilon_1)}{\varepsilon_1 A_1} + \dfrac{1}{A_1 F_{12}} + \dfrac{(1-\varepsilon_2)}{\varepsilon_2 A_2}}$$

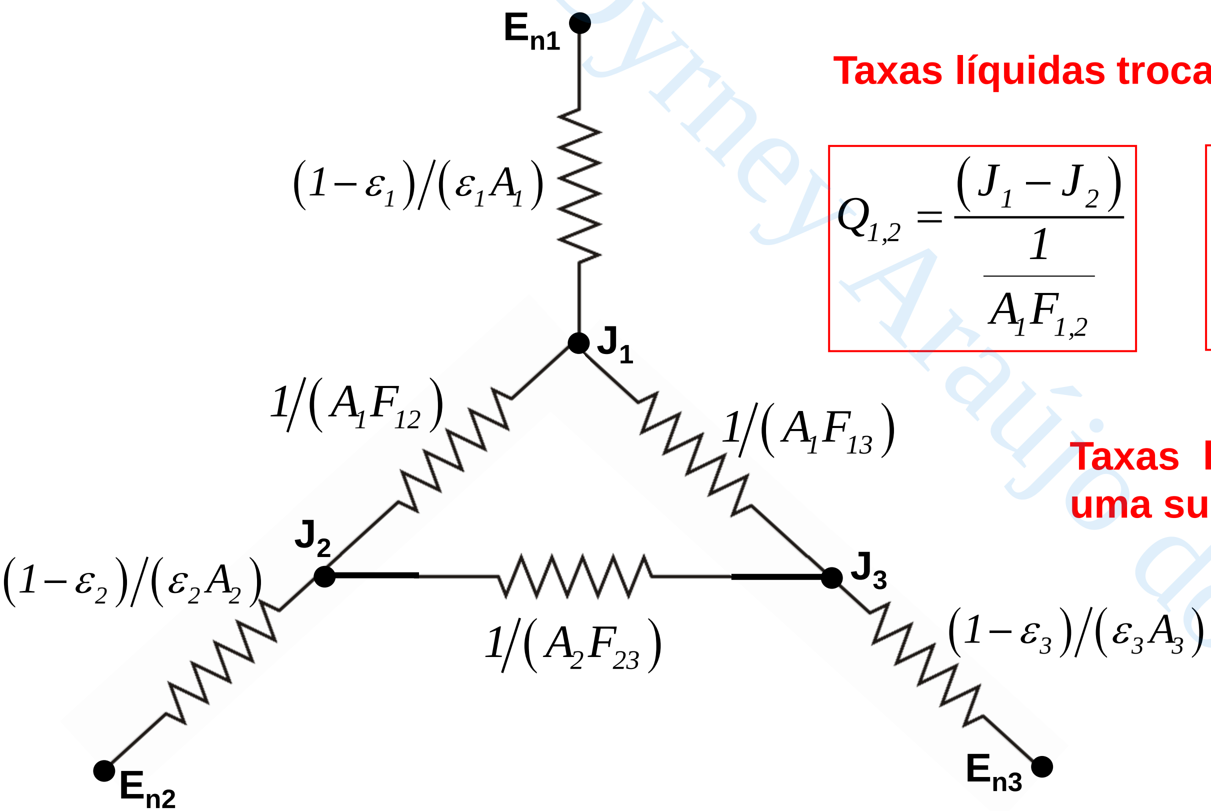
ou

$$\boxed{Q_1 = Q_{1,2} = -Q_2 = \frac{\sigma\left(T_1^4 - T_2^4\right)}{\dfrac{(1-\varepsilon_1)}{\varepsilon_1 A_1} + \dfrac{1}{A_1 F_{12}} + \dfrac{(1-\varepsilon_2)}{\varepsilon_2 A_2}}}$$

12 . Radiação Térmica

12.11 Troca de Radiação entre Corpos não Negros

Um problema de troca térmica radiante envolvendo **3 superfícies reais** possui o seguinte circuito térmico (**envolve 6 resistências térmicas**)



Taxas líquidas trocadas entre superfícies reais:

$$Q_{1,2}=\frac{(J_1-J_2)}{\dfrac{1}{A_1F_{1,2}}}$$

$$Q_{1,3}=\frac{(J_1-J_3)}{\dfrac{1}{A_1F_{1,3}}}$$

$$Q_{2,3}=\frac{(J_2-J_3)}{\dfrac{1}{A_2F_{2,3}}}$$

Taxas líquidas na qual a radiação deixa uma superfície real

$$Q_1=\frac{E_{n,1}-J_1}{\dfrac{(1-\varepsilon_1)}{\varepsilon_1 A_1}}$$

$$Q_2=\frac{E_{n,2}-J_2}{\dfrac{(1-\varepsilon_2)}{\varepsilon_2 A_2}}$$

$$Q_3=\frac{E_{n,3}-J_3}{\dfrac{(1-\varepsilon_3)}{\varepsilon_3 A_3}}$$

OBS.: $Q_1 = Q_{1,2} + Q_{1,3}$

$Q_2 = Q_{2,1} + Q_{2,3}$

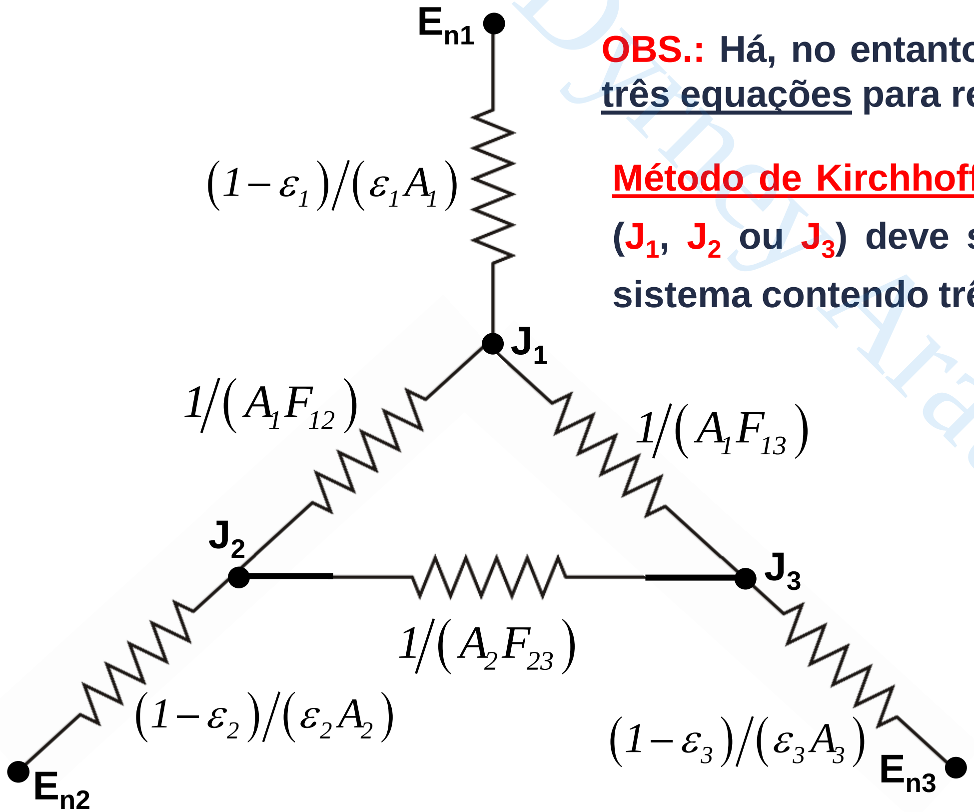
$Q_3 = Q_{3,1} + Q_{3,2}$

Professor Dyrney Araújo dos Santos
Universidade Federal de Goiás
Engenharia Química
site: www.dyrney.com

12 . Radiação Térmica

12.11 Troca de Radiação entre Corpos não Negros

Um problema de troca térmica radiante envolvendo 3 superfícies reais possui o seguinte circuito térmico (envolve 6 resistências térmicas)



OBS.: Há, no entanto, três incógnitas (J_1, J_2 e J_3) e necessitamos de três equações para resolvermos o problema!

Método de Kirchhoff: a soma algébrica das "correntes" em cada nó (J_1, J_2 ou J_3) deve ser nula. Logo, neste caso, teremos o seguinte sistema contendo três equações e três incógnitas (J_1, J_2 e J_3)

$$\text{Nó } J_1 \rightarrow \frac{E_{n,1}-J_1}{\dfrac{(1-\varepsilon_1)}{\varepsilon_1 A_1}} + \frac{(J_2-J_1)}{\dfrac{1}{A_1F_{1,2}}} + \frac{(J_3-J_1)}{\dfrac{1}{A_1F_{1,3}}} = 0$$

$$\text{Nó } J_2 \rightarrow \frac{E_{n,2}-J_2}{\dfrac{(1-\varepsilon_2)}{\varepsilon_2 A_2}} + \frac{(J_1-J_2)}{\dfrac{1}{A_1F_{1,2}}} + \frac{(J_3-J_2)}{\dfrac{1}{A_2F_{2,3}}} = 0$$

$$\text{Nó } J_3 \rightarrow \frac{E_{n,3}-J_3}{\dfrac{(1-\varepsilon_3)}{\varepsilon_3 A_3}} + \frac{(J_2-J_3)}{\dfrac{1}{A_2F_{2,3}}} + \frac{(J_1-J_3)}{\dfrac{1}{A_1F_{1,3}}} = 0$$

Professor Dyrney Araújo dos Santos
Universidade Federal de Goiás
Engenharia Química
site: www.dyrney.com

12 . Radiação Térmica

Exercício Proposto 20: Duas placas paralelas de 0,5x1 m estão separadas por uma distância de 0,5 m. Uma placa é mantida a 1000ºC e a outra a 500ºC. As emissividades das placas são 0,2 e 0,5, respectivamente. As placas estão localizadas numa sala muito grande, cujas paredes estão a 27ºC. Calcule as transferências líquidas de calor entre as placas e delas para a sala.

Fonte: Incropera e Dewitt (2008)

Bibliografia

INCROPERA, F.P. e DEWITT, D.P. Fundamentos de transferência de calor e massa, 6ª ed., LTC, 2008.

ÇENGEL, Y.A e GHAJAR, A.J.; Transferência de calor e massa, McGraw Hill, 4ª edição, 2012.

WELTY, J. R.; RORRER, G. L.; FOSTER, D.G. Fundamentos de Transferência de Momento, de Calor e de Massa; tradução e revisão técnica Verônica Calado, 6. ed., Rio de Janeiro: LTC, 2017.